

Séances 4 & 4'

Analyses vibratoires numériques

UEI COSA (Concevoir Système AVancé)

Conception d'un xylophone en composite

Olivier THOMAS – Raphaël PILE – Marc LEGRAND

olivier.thomas@ensam.eu, raphael.pile@ensam.eu, marc.legrand@ensam.eu

<https://lispen.artsetmetiers.fr/user/87>



Téléchargeable sur <http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

Plan

▷ I. Intro.

▷ Travail demandé

▷ Abaqus, Matlab, Python

Conception d'un vibraphone en composites

*Vous êtes responsable du **bureau d'étude** d'une entreprise fabriquant des instruments de percussion et, suite à une pénurie de bois, vous devez trouver un matériau équivalent pour les lames. On vous a parlé des **matériaux composites**. . .*

Vos missions sont de :

- ▶ *comprendre le fonctionnement vibratoire et acoustique d'un instrument de percussion*
- ▶ *comprendre les matériaux composites*
- ▶ *concevoir, optimiser et fabriquer un vibraphone composite*



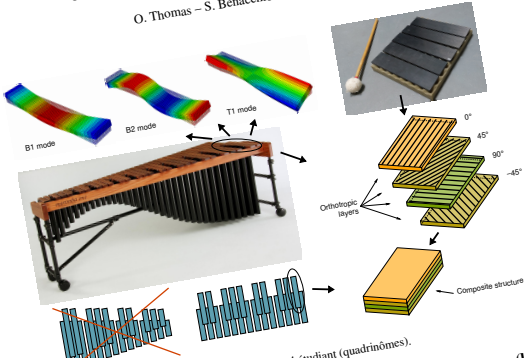
Déroulement du projet

<http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

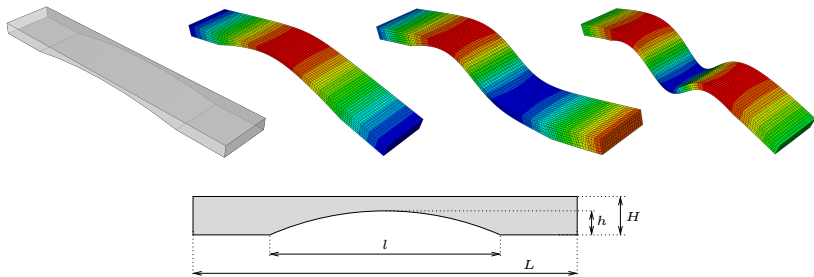
Arts et Métiers ParisTech - Lille
UEI Concevoir - Xylophone composite

Déroulement du projet encadré Conception d'un xylophone en matériaux composites

O. Thomas - S. Benacchio - M. Legrand



Aujourd'hui : analyses vibratoires numériques



On s'intéresse aujourd'hui à la simulation des vibrations de lames de xylophone / metallophone par la méthode des éléments finis, pour prendre en compte leur géométrie complète (3D).

Au menu :

- ▶ Optimisation à deux paramètres du creux inférieur en forme d'arche pour accorder les fréquences ;
- ▶ Identification de l'amortissement à partir des mesures des séances 3 & 3'. Synthèse sonore.
- ▶ Préparation d'un rapport et de la soutenance.

Modes et rapports de fréquence de barres d'instruments à clavier

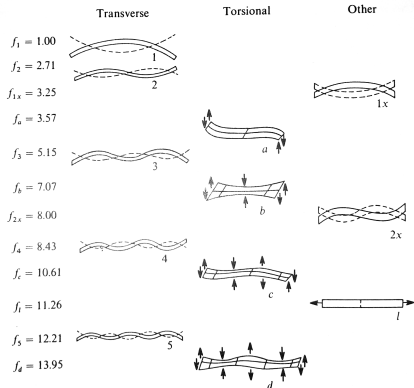


FIGURE 19.1. Vibrational modes of a glockenspiel bar. Relative frequencies in a C_6 bar are given.

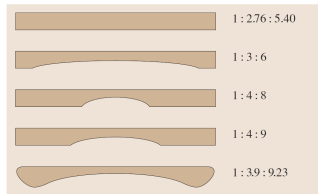


Fig. 15.120 Ratio of the frequencies of the first three partials of a simple rectangular bar for three selectively thinned xylophone bars and a typical marimba bar (after Fletcher and Rossing [15.5])

Ed. T. D. Rossing, *Handbook of acoustics*, Springer, 2007
N. H. Fletcher & T. D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer, 1998

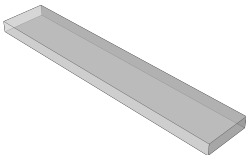
Plan

▷ I. Intro.

▷ Travail demandé

▷ Abaqus, Matlab, Python

Calcul de lames à sections uniformes

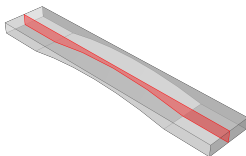
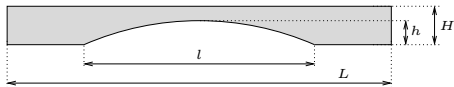


1. Modéliser dans Abaqus une lame en Aluminium de la géométrie de celle testée au début de la séance 3, de section 40×6 mm et de longueur $L \in \{217 \ 244.5 \ 266.5\}$ mm, en Aluminium avec les caractéristiques matériau identifiées expérimentalement, en conditions aux limites libre-libre.
2. Procéder à l'analyse modale. Combien de modes de solides rigide sont obtenus ?
3. Noter les fréquences des 10 premiers modes et les comparer aux fréquences expérimentales obtenues à la séance 3 grâce à un graphique $f_{\text{théorique}} = f(f_{\text{expérimentale}})$. Faire figurer une droite de régression et sa pente. Quelle est sa valeur théorique ?
4. Ajouter sur la courbe précédente les valeurs des fréquences de flexion obtenues avec le modèle de poutre ($f_k = \beta_k^2 / (2\pi L^2) \sqrt{EI / (\rho S)}$).

Le compte rendu fera apparaître :

- ▶ un tableau regroupant les déformées modales EF et leur fréquence, en vis-à-vis des déformées modales, fréquences et facteurs amortissements expérimentaux ;
- ▶ une courbe montrant les fréquences théoriques en fonctions des expérimentales, une droite de régression et sa pente.

Calcul de lames avec évidement inférieur



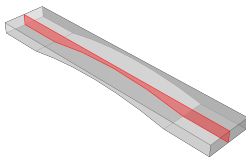
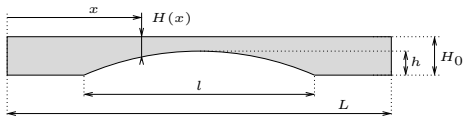
1. Modéliser dans Abaqus une lame en Aluminium de la géométrie définie ci-dessus, avec $L = 220$ mm, $H = 10$ mm, $l = 140$ mm, $h = 7$ mm et de largeur $b = 40$ mm.
2. Procéder à l'analyse modale. Combien de modes de solides rigide sont obtenus ?
3. Comparer la géométrie des déformées modales de cette barre avec celles de la barre à section uniforme, notamment celles des modes de flexion et leur position dans le spectre, par rapport aux modes de torsion.
4. Calculer le rapport ω_k/ω_1 des fréquences propres de flexion par rapport à la fondamentale et le comparer au cas à section uniforme.
5. En observant les déformées modales, quelle composante du champ de déplacement de la surface médiane (représentée en rose ci-dessus) peut-on bloquer pour ne calculer que les modes de flexion avec l'analyse modale (sans les modes de torsion) ? Vérifier ce résultat en comparant les fréquences propres obtenues avec un calcul *avec* et un calcul *sans* cette condition. Combien de mode de solide rigide sont obtenus ?

Optimisation des lames

On cherche, comme expliqué p. 6, l'évidement central sert à la fois à accorder la fréquence fondamentale, mais aussi à accorder les rapports ω_2/ω_1 et ω_3/ω_1 pour qu'ils soient les plus proche d'un entier, pour que le son obtenu soit le plus harmonique possible.

1. Expliquer pourquoi si ω_2/ω_1 et ω_3/ω_1 sont des entiers, le son de la lame est harmonique ? Pourquoi est-ce important pour un instrument de musique ?
2. À partir des résultats expérimentaux de la séance 3' des trois groupes, donner les rapports de fréquences mesurées sur les lames de vibraphone et de marimba.
3. À partir de macros python créées et appelées directement dans Abaqus et modifiées par vos soins, automatiser les calculs de plusieurs lames, pour des dimensions de cavité inférieure $l/L \in \{0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9\}$ et $h/H \in \{0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9\}$. (25 calculs). On pourra prendre $H = 10$ mm et $L \in \{350 \ 300 \ 250\}$ selon le groupe.
4. Tracer en courbe de niveau et en surface l'évolution de ω_1 en fonction de h et l .
5. Tracer en courbe de niveau l'évolution de ω_2/ω_1 et ω_3/ω_1 en fonction de h/H et l/L . Donner des valeurs des couples $(h/L, l/L)$ pour obtenir un spectre harmonique pour les trois premiers modes de flexion. Comparer ces résultats avec ceux des autres groupes obtenus avec des barres de longueurs différentes.
6. En déduire les géométries obtenues pour avoir des rapports de fréquence 1:3:6, 1:4:8 et 1:4:9 et vérifier cela avec un nouveau calcul Abaqus.

Calcul de lames avec évidement inférieur (suite)



7. (facultatif) En adimensionnant la théorie de poutre :

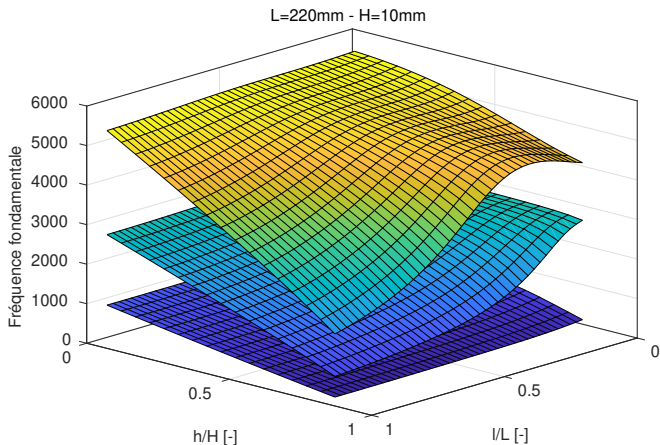
$$\rho S \ddot{v} + (EI v'')'' = 0,$$

avec

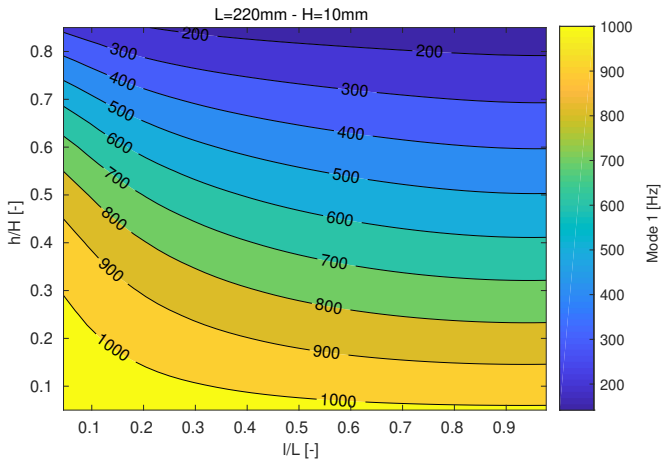
$$\bar{t} = \frac{t}{T_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{v} = \frac{v}{H_0}, \quad T_0 = \frac{L^2}{H_0} \sqrt{\frac{12\rho}{E}}, \quad \bar{H}(\bar{x}) = \frac{H(x)}{H_0},$$

où H_0 est l'épaisseur de la barre à ses extrémités et $H(x)$ son profil d'épaisseur, montrer que le résultat de la question 5 ne dépend pas de la longueur L de la barre mais que du profil $\bar{H}(\bar{x})$.

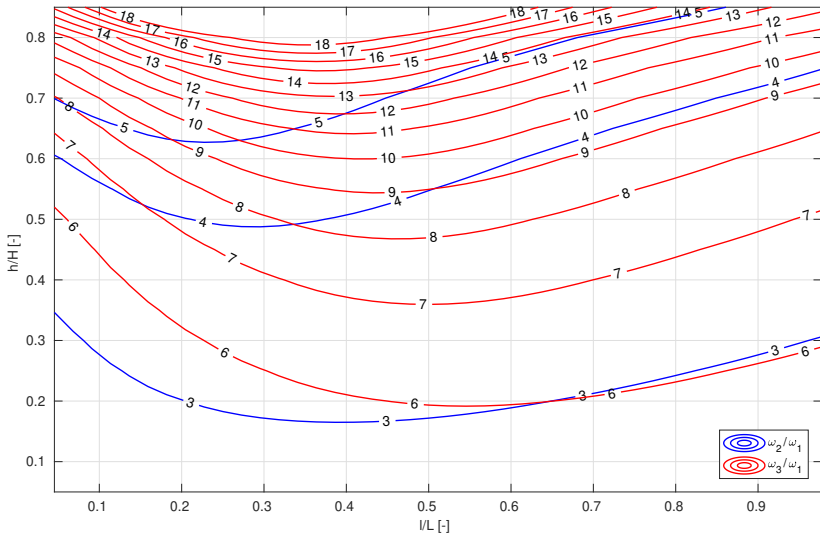
Exemple de résultat



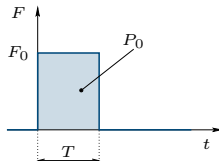
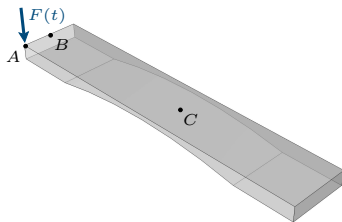
Exemple de résultat



Exemple de résultat



Oscillations en conditions de jeu



On considère une lame de vibraphone soumise à un choc représenté par la force $F(t)$ verticale. On rappelle que c'est la percussion P_0 (l'aire sous la courbe) qui conditionne l'intensité du choc. La durée T du choc conditionne la fréquence maximale d'excitation (de l'ordre de $1/T$), pour laquelle tous les modes dont la fréquence propre est supérieure sont mal excités.

On s'intéresse ici à la simulation des oscillations de la lame en fonction du temps.

Simulations temporelles

Comme les conditions aux limites sont libres, une simulation temporelle par méthode directe (facultatif : à vérifier), qui inclue toute la dynamique et donc celle des modes de solide rigide, conduit par suite à une excitation forte de ces modes et donc à de grands mouvements (voir p. suivante). On va donc procéder à des simulations par méthode modale, où il est possible de choisir les modes et donc d'écarter les modes de solides rigide.

1. Procéder à une simulation temporelle *par méthode modale* (voir le tutoriel) pour une force appliquée au point A, puis au point B, puis au point C.
2. Stocker les animations obtenues et interpréter les oscillations observées en fonction du point de frappe.

Intégration temporelle directe

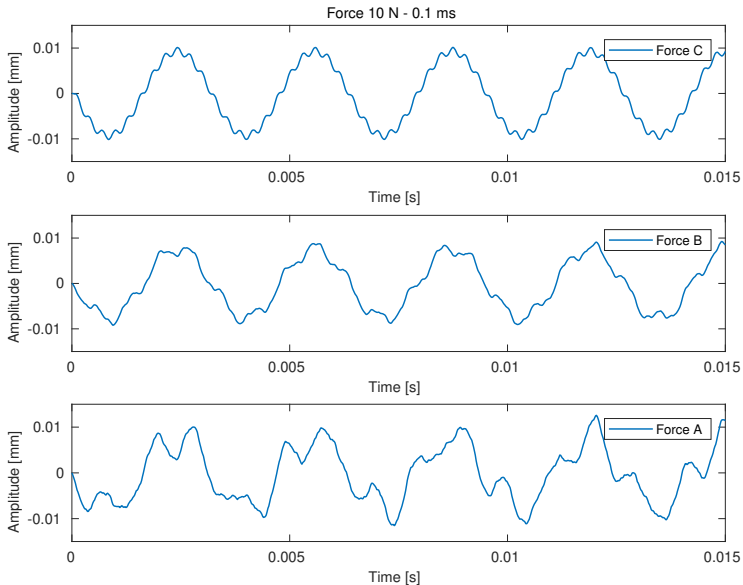
Frappe au point B. Effet clair du mouvement de corps rigide !

Intégration temporelle modale - point B

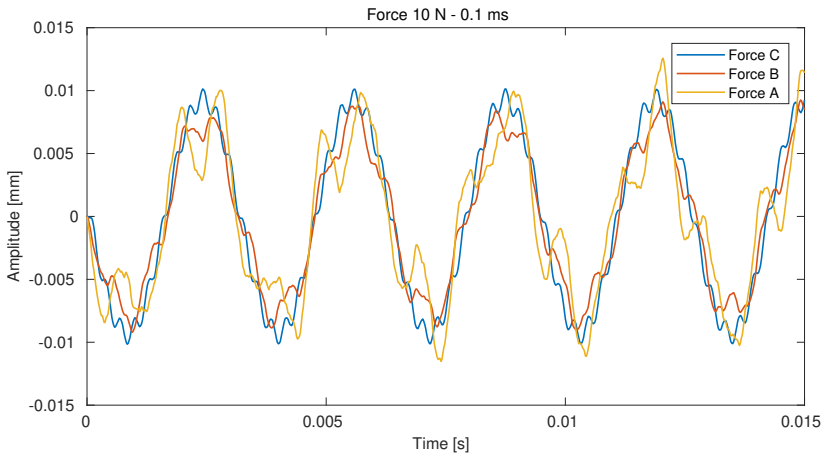
Intégration temporelle modale - point A

Intégration temporelle modale - point C

Déplacement du point A



Déplacement du point A



Plan

▷ I. Intro.

▷ Travail demandé

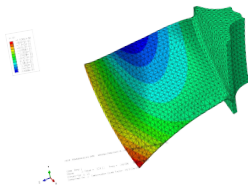
▷ Abaqus, Matlab, Python

Tutoriel Abaqus - EF 3D

<http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

Tutoriel Abaqus: Calcul de modes propres de vibration

Éléments finis volumiques
olivier.thomas@ensam.eu
aurelien.grolet@ensam.eu

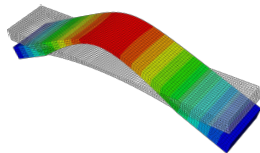


Tutoriel Abaqus - Analyses paramétriques

<http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

Tutoriel Abaqus:
Optimisation paramétrique

Éléments finis volumiques
olivier.thomas@ensam.eu
simon.benacchio@ensam.eu

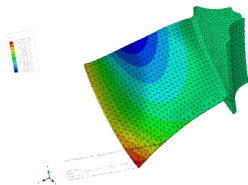


Tutoriel Abaqus - Analyse temporelle (méthode directe)

<http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

Tutoriel Abaqus:
Réponse transitoire d'une structure

olivier.thomas@ensam.eu
aurelien.grolet@ensam.eu

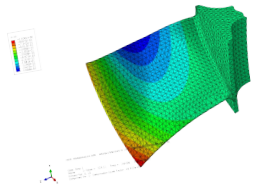


Tutoriel Abaqus - Analyse temporelle (méthode modale)

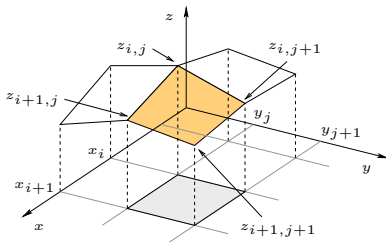
<http://savoir.ensam.eu> (GIE2, concevoir système 2A, Lille)

Tutoriel Abaqus:
Réponse transitoire d'une structure
par projection modale

olivier.thomas@ensam.eu
simon.benacchio@ensam.eu



Comment tracer une surface avec un logiciel de calcul numérique



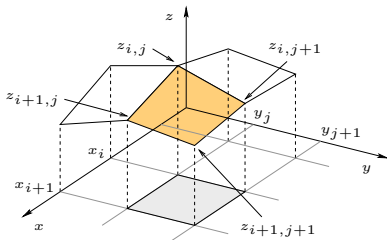
- ▶ On souhaite tracer la surface d'équation $z = f(x, y)$.
- ▶ Pour cela, on échantillonne x et y

$$\mathbf{x} = [\cdots \quad x_i \quad x_{i+1} \quad \cdots]; \quad \mathbf{y} = [\cdots \quad y_j \quad y_{j+1} \quad \cdots];$$

et on calcule pour chaque couple de valeur (x_i, y_j) le z correspondant :
 $z_{i,j} = f(x_i, y_j)$.

- ▶ Les valeurs de x , y et z ainsi obtenues sont rangées dans des tableaux bidimensionnels.

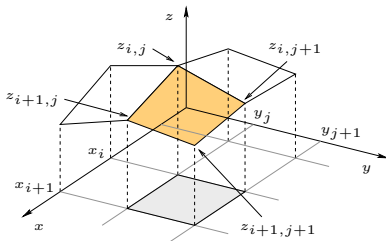
Comment tracer une surface avec un logiciel de calcul numérique



$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & & \\ \cdots & x_i & x_{i+1} & \cdots \\ \cdots & x_i & x_{i+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & & \\ \cdots & y_j & y_j & \cdots \\ \cdots & y_{j+1} & y_{j+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \end{bmatrix};$$

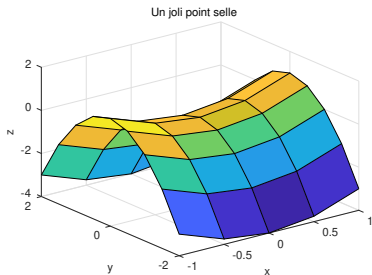
$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & & \\ \cdots & z_{i,j} & z_{i+1,j} & \cdots \\ \cdots & z_{i,j+1} & z_{i+1,j+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \end{bmatrix};$$

Comment tracer une surface avec un logiciel de calcul numérique



- ▶ La surface est obtenue en matérialisant des quadrilatères (avec leurs arêtes, en le coloriant d'une certaine couleur...) reliant les points de coordonnées $(x_i, y_j, z_{i,j})$.
- ▶ Les matrices / tableaux \mathbf{X} , \mathbf{Y} sont obtenus à partir des vecteurs \mathbf{x} , \mathbf{y} par une commande `meshgrid`. Dans Matlab, par exemple :
`[X,Y]=meshgrid(x,y);`
- ▶ Observez comment les $(x_i, y_j, z_{i,j})$ sont rangés dans les matrices \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} ...

Exemple en Matlab



```
x=-1:0.5:1;  
y=-2:0.5:2;  
[X,Y]=meshgrid(x,y);  
Z=X.^2-Y.^2;  
surf(X,Y,Z);  
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');  
title('Un joli point selle')
```

```
x =  
-1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000  
y =  
-2.0000 -1.5000 -1.0000 -0.5000 0 0.5000 1.0000 1.5000 ...  
2.0000
```

Exemple

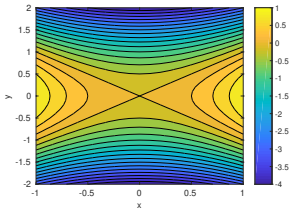
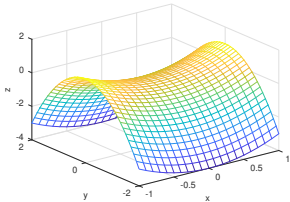
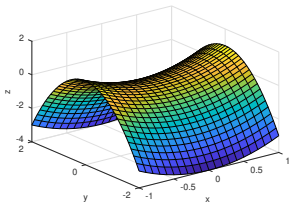
X =

-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000
-1.0000	-0.5000	0	0.5000	1.0000

Y =

-2.0000	-2.0000	-2.0000	-2.0000	-2.0000
-1.5000	-1.5000	-1.5000	-1.5000	-1.5000
-1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000
-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000	-0.5000
0	0	0	0	0
0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5000	1.5000	1.5000	1.5000	1.5000
2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000

Exemple en Matlab



```
x=-1:0.1:1;
y=-2:0.1:2;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=X.^2-Y.^2;
figure(1)
surf(X,Y,Z);
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
figure(2)
mesh(X,Y,Z)
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
figure(3)
contourf(X,Y,Z, [-4:0.25:1])
xlabel('x'); ylabel('y');
colorbar
```

La même chose en python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

x=np.arange(-1,1.5,0.5)
y=np.arange(-2,2.5,0.5)
X, Y=np.meshgrid(x,y)
Z=X**2-Y**2
fig = plt.figure(3)
plt.clf()
%ax = fig.gca(projection = '3d')
ax = fig.add_subplot(projection = '3d')
ax.plot_surface(X,Y,Z,cmap='rainbow',lw=1, ...
               edgecolor='k')
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('z')
ax.set_title('Un joli point selle')
```

